

<b>ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ:</b>	<b>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ / Β' ΛΥΚΕΙΟΥ</b>
<b>ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:</b>	<b>28 / 03 / 2026</b>

### ΘΕΜΑΤΑ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:  
(οι απαντήσεις να μεταφερθούν στην απαντητική σας κόλλα)

(α) Η εξίσωση  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει κύκλο όταν ισχύει .....

(β) Αν η εξίσωση  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει κύκλο, το κέντρο του Κ έχει συντεταγμένες ..... και η ακτίνα του ρ ισούται με .....

(γ) Η παραβολή  $y^2 = 2px$  έχει άξονα συμμετρίας .....

**Μονάδες 2 + 2 + 1 = 5**

**A2.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση εφαπτομένης του κύκλου C με κέντρο το σημείο O(0,0) και ακτίνα ρ στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$ , είναι  $x_1x + y_1y = \rho^2$ .

**Μονάδες 10**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με την λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Η ακτίνα του κύκλου  $C: x^2 + y^2 = \alpha^2$  είναι  $\rho = \alpha$ .

ii. Η παραβολή με εξίσωση  $y^2 = 2px$ , έχει εστία το σημείο  $E\left(0, \frac{\rho}{2}\right)$ .

iii. Η ευθεία  $Ax + By + \Gamma = 0$ , με  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$  είναι κάθετη στο διάνυσμα  $(-A, -B)$ .

iv. Ο κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα ρ εφάπτεται στην ευθεία (ε) αν και μόνο αν ισχύει  $d(K, \epsilon) = \rho$ .

v. Το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ δίνεται από τον τύπο  $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \det(\overline{AB}, \overline{A\Gamma})$ .

**Μονάδες 10**

#### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές  $A(1, 4)$ ,  $B(-2, 2)$  και  $M\left(1, \frac{3}{2}\right)$  είναι το μέσον της πλευράς ΒΓ.

**B1.** Να βρείτε:

i) τις συντεταγμένες της κορυφής Γ

ii) την εξίσωση της διαμέσου ΑΜ.

**Μονάδες 3 + 5 = 8**

Αν  $\Gamma(4, 1)$ ,

**B2.** Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΒΔ.

**Μονάδες 6**

**B3.** Να υπολογίσετε τον εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

**Μονάδες 5**

**B4.** Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με διάμετρο την ΒΓ.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η εξίσωση  $(\lambda + 1)x + (2\lambda - 9)y + 2 = 0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  (1).

**Γ1. i)** Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**ii)** Να βρείτε για ποιο  $\lambda \in \mathbb{R}$  η (1) παριστάνει ευθεία παράλληλη στον  $x'x$ .

**Μονάδες 3 + 2 = 5**

Αν  $\lambda = 3$ ,

**Γ2.** Να βρείτε το συνημίτονο της οξείας γωνίας που σχηματίζει η ευθεία  $\epsilon_1$  που προκύπτει από την εξίσωση (1), με την ευθεία  $y = x$ .

**Μονάδες 7**

**Γ3.** Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου  $C$  που είναι ομόκεντρος με τον κύκλο  $C_1: (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 7$  και εφάπτεται στην ευθεία  $\epsilon_1: 4x - 3y + 2 = 0$ .

**Μονάδες 7**

**Γ4.** Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων, άξονα συμμετρίας τον  $x'x$  και εστία το σημείο τομής της ευθείας  $\epsilon_1$  με τον  $x'x$ .

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 4kx - 2ky + 4 = 0$ , με  $k \in \mathbb{R}$  (1).

**Δ1. α)** Να βρείτε τις τιμές του  $k \in \mathbb{R}$ , ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει κύκλο.

**β)** Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου και την ακτίνα του κάθε κύκλου.

**γ)** Να βρείτε την ευθεία στην οποία ανήκουν τα κέντρα των παραπάνω κύκλων.

**Μονάδες 3 + 2 + 2 = 7**

**Δ2.** Για  $k = 1$ , να βρείτε:

**i)** την σχετική θέση του κύκλου  $C$  που προκύπτει από την εξίσωση (1) και του κύκλου  $C_1: (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$

**ii)** την εξίσωση της μεσοκαθέτου της διακέντρου τους.

**Μονάδες 3 + 3 = 6**

Δίνεται η παραβολή  $C_2 : y^2 = 8x$ .

**Δ3.** Να βρείτε:

- i) την εστία και την διευθετούσα της παραβολής.
- ii) τις ευθείες που διέρχονται από την εστία της παραβολής και απέχουν από την αρχή των αξόνων  $O$  απόσταση  $\sqrt{3}$ .

**Μονάδες 2 + 5 = 7**

**Δ4.** Να βρείτε τις εξισώσεις των κοινών εφαπτομένων της παραβολής  $C_2 : y^2 = 8x$  και του κύκλου  $C_3 : x^2 + y^2 = 2$ .

**Μονάδες 5**

